







Macierze i relacje macierzowe

Tłumaczenie świateł ulicznych na matematykę.

Matematyka nie rozpoznaje świateł ulicznych. Jak wspomniałem w poprzednim punkcie, chcemy nauczyć sieć neuronową, aby tłumaczyła wzorzec świateł ulicznych na właściwy wzorzec stój/idź. Istotnym słowem w tym stwierdzeniu jest *wzorzec*. Tym, co naprawdę chcemy zrobić, jest przedstawienie wzorców świateł ulicznych jako liczb. Spróbuję pokazać, co mam na myśli.

Światła uliczne	Wzorzec świateł
	→ 1 0 1
	→ 0 1 1
	→ 0 0 1
	→ 1 1 1
	→ 0 1 1
	→ 1 0 1

Zauważmy, że pokazany tu wzorzec liczb naśladuje wzorzec świateł ulicznych przez jedynki i zera. Każdemu światłu odpowiada jego kolumna (w sumie trzy kolumny, ponieważ mamy trzy światła). Zauważmy też, że jest tu sześć wierszy, odpowiadających sześciu różnym obserwowanym kombinacjom świateł.

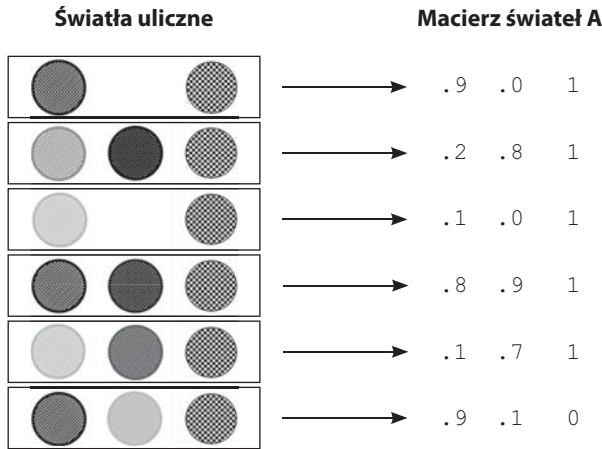
Taką strukturę jedynek i zer nazywamy *macierzą*. Taka zależność między wierszami i kolumnami jest typowa dla macierzy, szczególnie dla macierzy danych (jak nasze światła).

W macierzach danych stosowana jest konwencja przypisująca pojedynczy *wiersz* każdemu *zarejestrowanemu przykładowi*. Konwencja ta nakazuje też przypisanie pojedynczej *kolumny* każdej *rejestrwanej rzeczy* (zjawisku). Dzięki temu macierze są łatwe do odczytania.

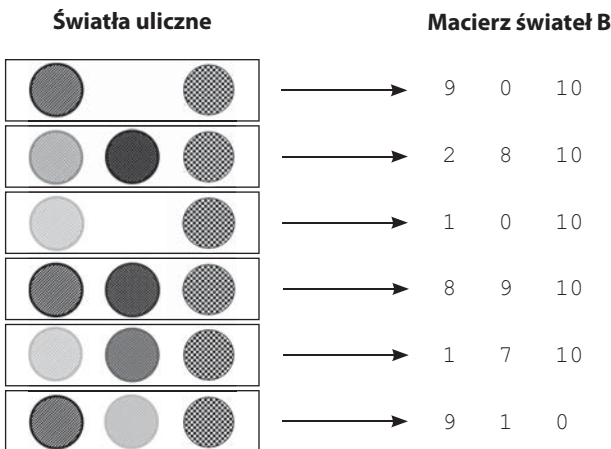
Tak więc kolumna zawiera każdy stan, jaki został zarejestrowany dla danej rzeczy. W tym przypadku kolumna zawiera każdy stan włączone/wyłączone dla określonego światła. Każdy wiersz zawiera jednocześnie stany wszystkich świateł w określonej chwili. Ponownie taki układ jest typowy.

Dobre macierze danych doskonale naśladują świat zewnętrzny.

Macierz danych nie musi składać się jedynie z jedynek i zer. Co by było, gdyby nasze światła były podłączone przez ściemniacze i włączały się oraz wyłączały na różnych poziomach intensywności? Macierz świateł mogłaby wówczas wyglądać raczej tak, jak poniżej:



Macierz A jest całkowicie poprawna. Naśladuje ona wzorce, które istnieją w świecie rzeczywistym (światła uliczne), zatem możemy zażądać, aby komputer je zinterpretował. Czy kolejna macierz również będzie poprawna?



Macierz B jest poprawna. Odpowiednio przechwytywa ona zależności między różnymi przykładami szkoleniowymi (wiersze) i światłami (kolumny). Zauważmy, że $\text{macierz A} * 10 == \text{macierz B}$ ($A * 10 == B$). Oznacza to, że macierze te są skalarnymi wielokrotnościami siebie nawzajem.